令 和 5 年 度 学 力 検 査 問 題

数　　　　学　（4 枚のうち　その 1）

受 験 番 号	番

1　xy 平面において，連立不等式 $x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ \left(x+y-1\right)\left(x^2+y^2-2\right) \leqq 0$ の表す領域を D とする。

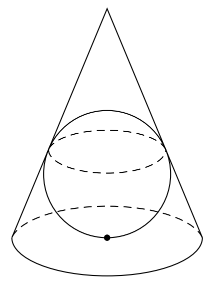
(1) 領域 D を図示せよ。　(2) 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が領域 D を動くとき，$2x+y$ の最小値と最大値を求めよ。

（解答はこのページ内におさめること）

2　半径 r の円を底面とする直円錐 C に，半径 $\sqrt{2}$ の球 S が内接している。

(1) C の体積 V を，r を用いて表せ。　(2) V の最小値，および最小値を与える r の値を求めよ。

（解答はこのページ内におさめること）



令 和 5 年 度 学 力 検 査 問 題

数　　　　学　（4 枚のうち　その 2）

受　験 番　号	番

3 以下の問いに答えよ。（解答はこのページ内におさめること）

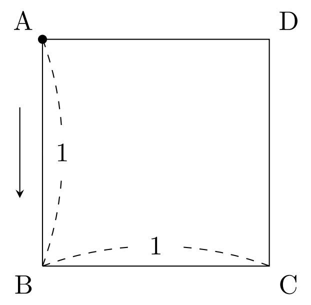
(1) $t > 0$ のとき，不等式 $1 + t + \dfrac{1}{2}t^2 < e^t < 1 + t + \dfrac{1}{2}t^2 e^t$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $\displaystyle\lim_{x \to +0} \int_x^{2x} \frac{e^t - 1}{t^2} dt$ を求めよ。

(3) (2) で求めた値を c とするとき，$\displaystyle\lim_{x \to +0} \frac{1}{x} \left(\int_x^{2x} \frac{e^t - 1}{t^2} dt - c \right)$ を求めよ。

受験番号	番

4　図のように 1 辺の長さが 1 の正方形があり，その頂点を反時計回りの順に A, B, C, D とする。点 P は，次の規則 (a), (b), (c) にしたがって，この正方形の頂点から頂点へと移動する。



(a) 最初，点 P は頂点 A に止まっている。

(b) 点 P が頂点 A, B, C のいずれかに止まったら，さいころを 1 回投げ，出た目に応じて次の (i), (ii) のように移動する。

(i) 4 以下の目が出たときには，点 P は，反時計回りに 1 だけ移動して止まる。

(ii) 5 以上の目が出たときには，点 P は，反時計回りに 2 だけ移動して止まる。例えば，点 P が頂点 C に止まっていて 5 以上の目が出たときには，点 P は頂点 D を通過して頂点 A まで移動して止まる。

(c) 点 P が頂点 D に止まったら，さいころは投げず，点 P の移動を終了する。

点 P の移動が終了するまでに，さいころを投げた回数を X，点 P が頂点 D を通過した回数を Y とする。（解答はこのページ内におさめること）

(1) $X=n$ となる確率を p_n とする。p_2，p_3，p_4，p_5，p_6 を求めよ。

(2) n は 2 以上の整数とする。$X=3n$ かつ $Y=n-1$ となる確率を求めよ。

(3) n は 2 以上の整数とする。$X=3n$ かつ $Y=n$ となる確率を求めよ。

令 和 5 年 度 学 力 検 査 問 題

数　　　学　（4 枚のうち　その 4）

受験番号	番

5 座標空間において，2 点 A(0, -1, -6), B(1, -2, -4) を通る直線を ℓ とし，2 点 C(1, 1, 2), D(2, 3, 1) を通る直線を m とする。（解答はこのページ内におさめること）

(1) 2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ のなす角 θ を求めよ。また，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ の両方に垂直で，大きさが $\sqrt{3}$ であるベクトルを全て求めよ。

(2) 次の条件 (a), (b), (c) を同時に満たす点 L, M の座標を求めよ。

(a) L は直線 ℓ 上の点である。　(b) M は直線 m 上の点である。　(c) $\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ は，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ の両方に垂直である。

(3) k は実数とし，直線 ℓ 上に，2 点 P, Q を $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AQ}} = (k+1)\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ となるようにとる。このとき，四面体 PQMC の体積 V を求めよ。